Cuadernos Teorema

filosofía y teoría de la relatividad

J.D. García Bacca

Juan David GARCÍA BACCA

Filosofía y teoría de la relatividad

REVISTA TEOREMA
VALENCIA
1979

DEPARTAMENTO DE LÓGICA
DE LA
UNIVERSIDAD DE VALENCIA

PRINTED IN SPAIN
IMPRESO EN ESPAÑA
I.S.B.N.: 84-370-0102-1
DEPÓSITO LEGAL: V. 1.904 - 1979
ARTES GRÁFICAS SOLER, S. A. - JÁVEA, 28 - VALENCIA (8) - 1979

Índice

INTRODUCCIÓN

Este trabajo —mejor, ensayo— fue compuesto con ocasión de la muerte de Einstein (1955). Su muerte —que es de las que hacen "historia", y no es sólo un "dato" más para estadística de Sociedades de seguros— ofreció al autor una oportunidad de meditar filosóficamente sobre teoría de la Relatividad.

"Meditar filosóficamente" una teoría físico-matemática exige, ante todo, caer en cuenta de que físicos y matemáticos no sólo tratan *de* seres físico-matemáticos sino se tratan *con* ellos. No tratan *de* o se tratan *con* fantasmas o plusquamfantasmas. Tratan *de* y se tratan *con* seres, aunque no con El Ser en cuanto ser, mas sí *con* el ser concreto físico o ser concreto matemático.

El ontólogo —y la ontología suele pasar por ser filosofía primera en Aristóteles y desde él— parece debiera enterarse, por definición, vocación y profesión, de qué dicen del ser físicos y matemáticos: los que se tratan vocacional y profesionalmente *de* él y *con* él —y dejan escrita tal experiencia óntica en libros accesibles para todos, aunque no los dediquen, cual parece debieran hacerlo, a los ontólogos, y por más que éstos no se den por enterados de que físicos y matemáticos tratan *de* y se tratan *con* seres bien reales—, que no es desaforado afirmar que pertenecen al ontólogo, tanto al menos, cuanto al físico y al matemático.

Eso de "ontología regional" no puede servir de excusa, por lo de "ontología", para no tratarse de y con lo "regional", algo más que con una alusión, lo más remota y no comprometedora posible, que de ordinario descubriría la ignorancia crasa, e inexcusable ya a estas alturas históricas de ciencia y

técnica, de lo que los que tratan de y se tratan con el ser físico y matemático dicen en obras que son testimonio de experiencias ónticas, y no de novelas del tipo "science fiction", —o ficciones científicas, dicho en castellano decoroso.

Tomar en serio, en real, en "ontológico", a los físico-matemáticos y, en especial, con la ocasión dicha, a la teoría de la relatividad, como caso ejemplar de trato de y con seres reales, además de tomarse el trabajo, ni breve ni fácil, de entender el lenguaje, el matemático, creyó el autor ser obligación suya; y, con tal ocasión, cumplirla. Y ahora, al cabo de veinte años del acontecimiento, no cree sea ni extemporáneo ni infructuoso dar a luz pública testimonio impreso del cumplimiento de tal obligación, —porque el autor pretende ser filósofo y ontólogo de vocación y profesión.

Han pasado veinte años de la composición de este trabajo. No cree el autor sea exorbitado pedir al lector el que acepte se lo reproduzca tal cual, a pesar de que tantos años darían para retocar y aun reformar ciertas partes del "ensayo".

Cree el autor que este trabajo es, aún, un buen ejemplo del cumplimiento del deber de un ontólogo —general o regional— respecto de lo que los ontólogos practicantes, que son los físicos y matemáticos, dicen ser resultado de su tratar de y tratarse con entes, tal vez los más básicos del universo en que todos, por cuerpo y alma, potencias y sentidos, "nos movemos, vivimos y somos".

¿Es aún buen ejemplo? ¿Es eso de "bueno" presunción del autor?

Excuse el lector tal pretensión, con esa excusa general de "la buena voluntad".

JUAN D. GARCÍA BACCA

Caracas a 21 de octubre de 1975

I

FORMA HISTÓRICA Y FORMA RACIONAL DE LA RELATIVIDAD

Todos hemos comenzado a aprender aritmética cantando la tabla de multiplicar; sólo los que hayan, posteriormente, estudiado la aritmética en su forma axiomática, pueden saber el por qué de las tablas que de memoria, en coro, con elemental melodía, cantaban en la escuela primaria. El orden histórico o pedagógico no coincide sin más con el orden esencial o científico.

Pitágoras, según se dice, descubrió el teorema que lleva su nombre: "el cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es igual a la suma de los cuadrados de los catetos". Lo dijo en prosa y en griego, y en geometría. Y todo tan sobrecargado de humanidad griega que rezuma hasta por las palabras, que para nosotros no dicen nada, fuera de la extrañeza musical y filológica de los nombres: "hipotenusa, catetos".

La geometría les vino a los griegos por el camino de Egipto. Consta por mil —por unos menos—, testimonios históricos. La hipotenusa, según su significación elemental etimológica, es el lado que está tendido debajo *(hypo, teino)*, el que hace base; y los catetos son los lados que están puestos *(theton)* según *(katá)* la norma —la norma dada visible y ejemplarmente en las pirámides de Egipto. Triángulo es pirámide en plano.

Pero cuando Euclides, hacia el 300 antes de nuestra era, incardine en su verdadero contexto científico tal teorema (*Elementos,* I, 47), aparecerá tal teorema, precisamente en el libro primero, y en el lugar 47. No antes ni después. Y

con ello se habrá perdido el saborcito añejo a pirámides egipcias, y a sus sombras.



El orden histórico de la invención de ciertos teoremas geométricos, entre los griegos —mucho más entre los egipcios y babilonios—, no coincide, ni mucho menos, con el orden científico.

Reichenbach, en sus *Elements of Symbolic Logic* (1949), pone esta distinción como base, y casi párrafo primero de su obra.

El orden histórico —tanto en la vida individual, como en la colectiva—, con que aparecen en el tiempo las leyes lógicas no coincide, casi nunca, con su orden científico, lógico puro. Sólo desde Hilbert (1900), para referirme a un caso indiscutible, la lógica posee perfecta conexión y orden científico interno; antes de Hilbert discurríamos un poco a la buena de Dios, y acertábamos por gracia del instinto.

Por este motivo nos habla Reichenbach de una reconstrucción racional de la lógica, frente a la forma como nos es dada en la vida, y aun en la ciencia misma.

La teoría relativista, restringida y generalizada, no vino tampoco al mundo según el orden racional puro. Es posible reconstruirla según un plan científico, matemático sobre todo, más correcto, ordenado, sistemático que el que le dio Einstein inclusive en su formulación de 1915.

Schrödinger, en 1950, se propuso ofrecer ante la mente una reconstrucción racional, perfecta, de las bases matemáticas de la teoría de la relatividad: *Space-Time Structure* (Cambridge 1950).

Vamos a seguirle en esta exposición, con las naturales restricciones, sobre todo en cuanto al aparato matemático. El comentario filosófico va a nuestra cuenta —y riesgos.

II

PLAN MATEMÁTICO DE LA RELATIVIDAD

a) Partamos de un continuo de cuatro dimensiones. No es tan fácil, es claro, partir de un continuo o variedad de cuatro dimensiones, como salir de New York para llegar a París. Un continuo no es cosa obvia y manual, y menos aún lo es si añadimos eso de dimensión; y peor si lo de cuatro. En el concepto de dimensión, reduzcámonos a lo más elemental, interviene no solamente el de pluralidad, sino el más básico de orden. Una multitud de objetos, por grande que sea, no tiene sin más dimensión; muchas son las letras de esta página, y de las siguientes; pero aunque tipográficamente parezcan ordenadas en un plano, es decir: en dos dimensiones, según el vulgar concepto, están, con todo, escritas de modo que se lean línea a línea, de modo que empalmen, al leerlas y para entenderlas, una tras otras. Se escriben en dos dimensiones geométricas; se leen en una dimensión. Una partitura musical para piano se escribe, por el contrario, en dos dimensiones y se lee, para entenderla, en dos también.

Partimos, pues, de un conjunto de objetos ordenados de cuatro maneras independientes. Y pudiera sucedernos, cuando nos enfrentemos con los objetos físicos, que nuestros sentidos (vista, oído...) lean la realidad en dos dimensiones sensibles (mundo fenoménico), aun cuando físicamente haya que interpretarla en una sola —al modo que, al leer esta página, la vista ve dos dimensiones, mas la mente la lee en una. Para la mente no hay más que una dimensión, porque el orden que le interesa es el lineal. Parecidamente —y esta comparación tiene sus límites, como toda comparación— el

mundo físico tal como lo ve, con sentidos y aparatos, el físico clásico newtoniano, y tal como lo lee, con Galileo, en conceptos matemáticos, parécele escrito en dos dimensiones globales: espacio y tiempo —espacio de partitura para piano. Una línea para cada mano a leer a la vez y a tocar a la una. Independientes en principio las dos líneas, y hasta cierto punto con sentido propio.

Pero el físico relativista afirmará que el mundo físico ha de ser leído cual si estuviera escrito en una dimensión global, en una línea, a la que dará, para evitar toda confusión, el nombre de intervalo. Y nos hablará de líneas del universo. Dividir tal línea cósmica en dos grupos de dimensiones, uno espacial (las tres dimensiones clásicas) y otro temporal (el tiempo), da tan poco sentido como intentar leer en dos dimensiones, en página o plana, esta página, que está escrita para que se lea linealmente, línea tras línea, en una sola dimensión, que así es como adquiere sentido.

Cuando el relativista escribe espacio-y-tiempo, intercalado un guión entre las palabras para unirlas visualmente, pretende que nos demos la faena, y no es pequeña, de leer con nuevo sentido el universo espacial y temporal, leyéndolo en línea 'espacio-y-tiempo'. El mundo está escrito, dijo con sorpresa suya y ajena Galileo, en matemáticas —no en colores, sonidos, peso,... aunque lo parezca—; mas no lo está en dos dimensiones globales: espacio y tiempo, ambas matematizadas o matematizables, sino en una sola: en intervalo, que nosotros, malamente, descomponemos a veces en cuatro, o en dos globales: espacio y tiempo.

He adelantado más de lo debido; claro que con segunda intención. Si queremos proceder paso a paso, en ordenada procesión conceptual, el punto de partida tiene que ser un continuo de cuatro dimensiones, un conjunto de elementos cuádruplemente ordenados, a fin de presenciar poco a poco, por sus pasos, cómo lo físico, precisamente en cuanto distinto de lo matemático, lo va conectando, en unidad de sentido

propio. ¿Cómo habrá que leer lo matemático cuadridimensional, para que nos revele su sentido físico?

Con cuatro criterios independientes de orden hay que considerar ordenado el continuo o elementos básicos. Lo cual no obsta a la individualidad o unidad de cada uno de los elementos. Cada uno de nosotros puede estar incardinado a múltiples órdenes independientes, y aun incoherentes: orden de edad, orden alfabético, orden de estatura, orden de dignidad ciudadana.

A) Dimensión es, pues, cantidad con orden.

Cada objeto físico queda definido por cuatro órdenes, por cuatro variables independientes, dirá técnicamente el matemático. Es función de cuatro variables.

$$
1) \qquad \begin{aligned}
X'_1 &= X'_1\,(X_1,\ X_2,\ X_3,\ X_4); \\
X'_2 &= X'_2\,(X_1,\ X_2,\ X_3,\ X_4); \\
X'_3 &= X'_3\,(X_1,\ X_2,\ X_3,\ X_4); \\
X'_4 &\quad\ X'_4\,(X_1,\ X_2,\ X_3,\ X_4)
\end{aligned}
$$

Cada objeto solamente puede pertenecer a cuatro órdenes, o definirse de cuatro maneras (X'_1, X'_2, X'_3, X'_4), al modo que cada uno de nosotros es de tal edad, su nombre principia con tal letra, es de tal altura, y ocupa tal posición dentro de las categorías del Estado.

Ante la oficina de identificación quedamos cada uno de nosotros identificados por otros grupos de categorías o de órdenes; fecha de nacimiento, lugar de nacimiento, altura, cabello, ojos; y, por si acaso, con huellas digitales. Tal vez para un gran personaje baste con edad, lugar de nacimiento, o con el simple nombre.

Para llegar a una perfecta e inconfundible identificación de los hombres —dado el crecido número de los que se llaman tales, y el respetable de pillos— son menester muchos órdenes y caracteres; no basta con cuatro, que permitan expresar por ellos los demás —como la altura podría servir, en cierto modo, para deducir la edad (edad en función de la

altura); o el color de los cabellos, para conjeturar la edad (edad en función del color de los cabellos), etc.

Lo original de lo físico —frente a lo viviente, lo humano, lo social...— reside en que bastan cuatro categorías, cuatro tipos de marcas, o de variables independientes, cuatro tipos de orden para especificar y aun individuar justa y precisamente todos los objetos físicos, en cuanto físicos, y en todo lo que tengan de físicos.

Podrá haber más marcas, caracteres, distintivos físicos, pero todos podrán ser reducidos a cuatro, expresados en función de otros cuatro, de cuatro cualesquiera, elegidos a gusto, arbitrariamente, mientras sean independientes. Si (X_1, X_2, X_3, X_4) forma un grupo de cuatro caracteres independientes que permitan ordenar las cosas de cuatro maneras independientes entre sí (variables independientes), y (X'_1, X'_2, X'_3, X'_4) otro grupo de cuatro caracteres independientes, que permitan, de parecida manera, ordenar todos los objetos (físicos), será siempre posible, y necesario, que un carácter, por ejemplo X'_1, se exprese por medio de los otros cuatro de otro grupo de cuatro, o de algunos de ellos, lo cual escribe el matemático (refiriéndose al carácter X'_1):

$$X'_1 = X'_1 (X_1, X_2, X_3, X_4)$$

Y así de los demás caracteres (variables dependientes, respecto de otras cuatro independientes) escritos en 1).

Y nos hallamos ya ante una definición, o delimitación, de las matemáticas que va a servir para la física, frente a las matemáticas puras, a saber: las que no están impurificadas por la condición degradante de tener que servir (de esclavas de) a la física:

(A.1) Lo físico no necesita para definirse sino cuatro variables independientes. Lo físico se define por cuatro caracteres independientes. Los demás que pudiera tener, o presentar —a los sentidos, a los aparatos...— son función o dependen matemáticamente de los primeros.

El matemático trabaja libremente, y según sus conveniencias, con *n* dimensiones, es decir: con objetos que tienen que ser caracterizados, para serlo o estarlo perfectamente, con 1, 2, 3, 4, 5, 6,... dimensiones u ordenamientos. Y a veces le bastará con una dimensión, como en el caso de la línea, otras veces le hará falta un número impar, igual a tres, como para hacer un nudo que no se corra, etc...

Lo físico se contenta con cuatro; le basta con cuatro. Y es una —y la primera, no la única—, característica general de lo físico.

Haber fijado en cuatro las variables independientes o dimensiones, frente a las tres clásicas, y el tiempo aparte en orden heterogéneo, es una de las afirmaciones de la teoría de la relatividad.

Para el físico clásico, el tiempo no solamente es 1) una variable independiente —frente al espacio, por ejemplo—; 2) variable con dimensión, es decir: capaz de ordenar los objetos de original manera (por ahora, antes, después); 3) sino —y esto es lo que separa a la relatividad einsteiniana de Newton—, el tiempo no puede ser expresado por ningún otro orden, el tiempo no depende del espacio. No cabe de ningún modo, ni real ni metafórico, decir que mi edad (tiempo) es conjcturable (calculable probabilísticamente) por el color de mi cabello.

Un segundo dura un segundo en cualquier parte del mundo; no depende su duración del espacio; y un movimiento dura tanto tiempo; verbigracia, 24 horas, para todo el universo; esté en reposo o en movimiento, cerca como lejos. Lo cual viene a decir que el tiempo es absoluto.

Dicho ahora en lenguaje matemático: si t representa el tiempo (la duración de un fenómeno; el orden de sucesión entre dos, A es antes que B, desde X_1, X_2, X_3 lugares del espacio); y t', el tiempo t desde otro punto del espacio (X'_1, X'_2, X'_3 otra computación espacial), vale $t = t\ (0, 0, 0, t') = t'$.

Eddington llama a esta concepción absoluta del tiempo "instante de amplitud cósmica". Sólo quien tenga, como Newton, por fondo de su física una metafísica teológica, en la que el tiempo es *sensorium aeternitatis* —el tiempo no es sino la eternidad hecha sensible, transformada, diríamos nosotros, en pantalla en que aparezcan las duraciones y órdenes temporales de los objetos materiales—, podrá afirmar, al decirlo en matemáticas, que

$$2) \qquad t = t'$$

Presente, pasado, futuro, tienen significación, y la misma significación aun infinitésima, para todo el universo, esté en el estado en que estuviere.

Lo físico, en esta concepción fundamentalmente teológica —teólogo protestante fue Newton y terminó su vida tratando de interpretar el Apocalipsis—, se aparta decididamente, demasiado tajantemente, de lo matemático; se aparta por motivos teológicos; posteriormente se olvidará que eran teológicos, y se los creerá metafísicos; y cuando con Laplace, Lagrange, Euler, D'Alembert... se les dé traducción matemática, por otro acto de laicismo, que en el fondo dejaba todo igual, quedarán los físicos convencidos de hallarse ya en el bienaventurado, perpetuo, inadmisible y definitivo estado positivo o científico. Pero el oro no deja de ser oro, aunque pase de cáliz a moneda y a barra en bodegas de Banco. Y el tiempo absoluto de Newton continuaba mandando en física, por una cualidad divina, la de Absoluto, disimulada y tranquilamente tragada, simplemente porque la palabra de Absoluto no suena tan descaradamente a teología como la de Dios.

Una manera matemática, y eficacísima, de quitar para siempre al tiempo su carácter divino, o absoluto, es hacerlo depender (variable dependiente) de cuatro caracteres básicos del universo y que varíe regladamente con ellos.

El plan general, indicado en la fórmula 1), hace que el tiempo abandone para siempre el estado teológico y meta-

físico. Comte no pudiera exigir más; aunque, exigiéndolo, no pudo obtenerlo de los grandes matemáticos de su tiempo, quienes le dieron gato por liebre, sin saberlo ellos mismos: un tiempo teológico y metafísico o absoluto bajo cubierta de tiempo matemático.

(A. 1.1) Lo físico no necesita para una perfecta caracterización sino de cuatro variables independientes, cada una con su propio tipo ordenador; empero no hay cuaterna de variables independientes privilegiada; cada uno de cuatro caracteres puede ser expresado en función de otros cuatro cualesquiera, mientras cumplan la condición de ser cuatro caracteres independientes y ordenantes (dimensiones).

El matemático y el físico piden en este punto algo más: que tales funciones, o leyes de dependencia, sean continuas, diferenciables, y que un cierto determinante no sea nulo en ningún punto.

B) Invariancia. Lo físico —tal como se nos ofrece a los sentidos, aparatos e instrumentos— hace gala de una casi ilimitada ostentación de caracteres: lugar, tiempo, materia, luz, energía, masa, fuerza, velocidad, aceleración, cantidad de movimiento, color, calor, electricidad, inercia, gravitación, órbitas, curvatura... B.1) Si por la primera característica de lo físico sólo puede haber, y basta, cuatro caracteres independientes, teniendo que ser matemáticamente definidos mediante ellos todos los demás —y no son pocos los nombrados; B.2) y, si según esa misma condición, lo físico sólo pide que haya cuatro caracteres independientes y ordenantes (dimensiones), sin dar preferencia a ninguna cuaterna, dejando libertad para emplear una u otra según las conveniencias del cálculo o del fenómeno a interpretar, será menester fijar con mucho cuidado las leyes de correlación entre tales cuaternas de caracteres, cómo se pasa de un grupo a otro; de manera, con todo, que las entidades u objetos no se resientan de esos cambios de definición —que me permitan reconocer al mismo sujeto tanto los datos de

la oficina de identificación como los que yo veo al tropezarme con la persona en la calle, sea dicho con el ejemplo de siempre.

La fuerza, y echemos mano de un ejemplo más severo, puede definirse de muchas maneras; como derivada según el tiempo de la cantidad de movimiento (o momentum, dG/dt), o como la derivada del potencial ϕ según las coordenadas, con signo negativo

$$\left(- \frac{\delta \phi}{\delta x}, - \frac{\delta \phi}{\delta y} \quad \text{etc.} \right)$$

o por unos paréntesis llamados de Riemann-Christofell

$$3) \quad -X, -Y, -Z = \{14,4\}, \{24,4\}, \{34,4\},$$

en un caso convenientemente simplificado (Cf. *The Mathematical Theory of Relativity,* A. Eddington, Edic. 1954, págs. 122-123).

¿En qué quedamos? —nos advertirá escandalizado un lógico clásico, de esos que creen que cada cosa no puede tener sino una definición y una sola diferencia específica. ¿Fuerza se define por cantidad de movimiento y tiempo, o por potencial y espacio, o por el tensor de materia-energía ($\Gamma k'$) y los potenciales geométricos básicos (Gmn) ordenados en paréntesis de Riemann-Christoffel?

La respuesta moderna es bien sencilla; cualquiera de esas definiciones es buena, tan buena una como otra, pues todas ellas traducen, desde un sistema de categorías, caracteres o coordenadas "generalizadas", una misma entidad o realidad básica, indiferente a semejantes cambios de tipos de conceptuación, en lo que tienen de exclusivos.

Lo importante en este caso es la ley o forma como se transforma una caracterización en otra —cómo se hace para pasar, según ley fija, de la definición de fuerza por potenciales geométricos (Gmn, Einstein) a la definición por deri-

vada de la cantidad de movimiento según el tiempo. O al revés, si me conviene.

Lo cual es poner, por de pronto, de manifiesto lo muy indiferente que es lo físico a lo conceptual, aun a los conceptos claros, distintos y adecuados —a Leibniz y a Descartes.

Lo físico es casi casi materia sin forma conceptual; masa amasable en variadas formas, todas indiferentes —tan de hecho una como otra. Cera real y realidad de cera. Lo hemos visto en la dichosa bomba atómica: las formas de luz y materia, al parecer ordinario irreductibles —tanto que Aristóteles y la escolástica que le siguió afirmaban en tesis que la luz no es cuerpo—, se transforman una en otra, sin residuo en principio, cual si fuera lo físico cera diversamente moldeable; y sus formas, configuraciones pasajeras, sin importancia.

Puestos los matemáticos a servicio de estas exigencias céreas de la realidad, han señalado las leyes de cambios de categorías, caracteres (o coordenadas, tomadas en sentido general) que pongan de manifiesto cómo una entidad física —un potencial, un vector, un tensor...— cambian cuando cambia el sistema conceptual, las cuaternas de caracteres independientes y ordenantes.

Por ejemplo: con la introducción de los conceptos de covariancia y contravariancia. Cuando se escribe, pongo por caso,

$$A'_k = \frac{\delta x_l}{\delta x'_k}$$

$$4) \qquad B'^k = \frac{\delta x'_k}{\delta x_m} B^m$$

$$T'^{lkm} = \frac{\delta x'_l}{\delta x_s} \frac{\delta x'_k}{\delta x_r} \frac{\delta x'_m}{\delta x_t} T^{srt}$$

la misma entidad física —un vector, tensor— está expresada en dos cuaternas de caracteres, definida por dos grupos de conceptos matematizados o matemáticos directamente, y las fórmulas indican en qué cambia tal entidad en el paso: el cambio lo dan esos coeficientes

$$\frac{\delta x_l}{\delta x'_k}, \quad \frac{\delta x'_k}{\delta x'_l}; \quad \frac{\delta x'_l}{\delta x^s} \cdot \frac{\delta x'_k}{\delta x'_r} \cdot \frac{\delta x'_m}{\delta x'_r}$$

escritos inmediatamente después de la igualdad (=).

A veces la entidad es tal que el cambio de cuaternas de conceptos —variables, caracteres— no la altera en nada, ni siquiera por la intervención de la ley de transformación, presente en los coeficientes dichos. Y nos hallamos ante un invariante.

(A.2) Ahora bien: *en la teoría de la relatividad no intervendrán sino magnitudes que posean los caracteres de covariancia, contravariancia e invariancia.*

Con una formulación clásica —un poco inexacta por hacer resaltar un caso concreto—: *las leyes físicas tienen que formularse de manera que resulten independientes del sistema de referencia;* y casos pedestres de sistema de referencia son tierra (sistema geocéntrico), sol (sistema de referencia heliocéntrico)... La exigencia (A.2) nos coloca más allá de Copérnico, Galileo e Inquisición...

Poniendo mentalmente ante nosotros todo el conjunto de fórmulas matemáticas del análisis, la teoría relativista selecciona las que puedan cumplir la exigencia de transformaciones covariante, contravariante, y llegar a la forma invariante.

Con esto podemos responder concretamente a la pregunta: ¿cuál es el tipo de matemáticas para la física? Pregunta que jamás se hizo Newton, aunque bien convencido, de hecho, estaba de que todas las matemáticas son en principio aplicables a lo físico. El orden y conexión de las ideas ma-

temáticas —diré, si se me permite especializar la general fórmula de Spinoza—, es el mismo que el orden y conexión de las cosas físicas. Fórmula del racionalismo clásico, en física.

El análisis incluye, además de los conceptos y leyes dichas, otras referentes, por ejemplo, a derivadas, integrales. Colocadas en el paso riguroso de separar dentro de lo matemático lo que pudiera servir para la física, en cuanto original tipo de ser, se impone una tercera restricción y faena.

(A.3) *Derivadas e integrales* (los dos aspectos clásicos del cálculo infinitesimal) *tienen que ser sometidas, y restringidas, a la condición de invariancia* (covariancia, contravariancia). Lo físico recorta una vez más en lo matemático el ámbito propio.

La introducción de densidades, definidas por un cierto determinante funcional, por ejemplo, en el caso de una densidad tensorial,

$$5) \qquad T' = \left| \frac{\delta x_k}{\delta x'^t} \right| T$$

conserva el privilegio relativista, tan natural cuando se lo formula, de que *su valor no cambie cuando cambiemos el sistema de referencia* —el punto de vista, la perspectiva, maneras literarias de decir "invariancia".

Otro caso: la derivada ordinaria tiene que dejar paso a la derivada covariante (Eddington) o a la invariante (Schrödinger) —que la terminología no está fijada.

No hace falta gran dosis de matemáticas para notar la diferencia entre ambas derivadas. La derivada ordinaria —y de ella sola se sirvió toda la matemática, hasta Levi-Civita, Schouten, Ricci—, no posee la propiedad de invariancia: la de conservar su valor a pesar del cambio de sistema de referencia. Por tanto no vale para una física relativista. Si queremos tener un cálculo infinitesimal, más en especial, un cálculo

diferencial, a uso y provecho de la física moderna habrá que introducir un nuevo tipo de derivada: derivada covariante.

Escribámosla, porque a la simple vista resalta la diferencia

$$6) \qquad A_{\hat{\mu\nu}} = \frac{\delta A\mu}{\delta x_{\nu}} - \{\mu\nu, \alpha\}\, A\alpha$$

El primer miembro $\frac{\delta A\mu}{\delta x_{\gamma}}$ es la derivada ordinaria; el segundo es lo que atañe la condición de covariancia; y el paréntesis expresa la condición para que tal operación sea independiente del sistema de referencia, incardinándola, por otra parte, a la estructura total y peculiar del universo (geométrico) en que se verifique tal operación. Si se me permite una comparación: la derivada ordinaria se hace en vacío; la derivación covariante (o invariante) se hace en universo estructurado, lleno de relaciones coherentes. Y haciendo un breve, pero debido y natural homenaje a mi profesión de filósofo, no puedo menos de llamar la atención hacia el modo como, desde el existencialismo —del que entiende la gente tan poco como de relatividad generalizada—, se plantea el problema de qué es el hombre; el hombre no es un ser concreto, definible a solas de todo; hombre es Ser-en-Mundo (Sein-in-der-Welt). Definición covariante, frente a la definición clásica, en vacío de mundo. Hombre-mónada e individuo; por oposición a hombre-en-Mundo. Estructuralmente se parecen siempre, dentro de una concepción del universo, filosofía y ciencia. Si convenimos en que el modo relativista de hacer física pertenece a la época moderna, por igual motivo estructural será filosofía moderna el existencialismo, todo él: en su forma francesa (Sartre) o en la alemana (Heidegger). Cierro el paréntesis.

C) Conexión afín. En la fórmula que define la derivada covariante hemos cometido, dado el orden de pasos que nos

hemos prescrito, un salto. Los paréntesis de Riemann-Christoffel incluyen los $g_{\mu\nu}$ o potenciales gravitatorios, o los coeficientes (funciones) típicos de una geometría métrica, los del elemento cuadrático diferencial, base de la geometría métrica, desde la forma que le dio Riemann. Pero la métrica pertenece a una fase posterior, de acercamiento gradual y ordenado de la matemática a la física.

Hay un conjunto de leyes físicas que no exigen métrica; les basta con conexión afín. Así lo reconoció primero Weyl en 1918 (Raum-Zeit-Materie).

En geometría elemental se llama a toda transformación lineal de las coordenadas transformación afín (affinis), esto es: que en el valor "límite", o finis (el valor de "infinito") se corresponden variable primitiva y transformada; a valor infinito de una corresponde valor infinito de la otra, y no como en otras transformaciones, vgr. las proyectivas. Así justifica Klein la palabra "afín". Desde el punto de vista de una transformación afín, o grupo afín, son igual figura una esfera que un elipsoide concéntrico...

¿Qué fenómenos físicos tiene ante la mirada el matemático, cuando en su descenso desde las generalidades matemáticamente posibles va a seleccionar lo que es físicamente posible?

La línea natural que siguen los cuerpos dejados a sí mismos era, según el primer axioma de Newton, una recta indefinida, recorrida con velocidad uniforme. Línea inercial. Se han hecho tantas críticas a este axioma que una más resultaría crueldad mental —inútil y pedante. Cuando hablamos tranquilamente de "un cuerpo dejado a sí mismo", tenemos que añadir, para que tal frase tenga un mínimo de sentido: "dejado a sí mismo en el universo", aunque esté dejado por de pronto de la mano de ciertas fuerzas que a empellones, más o menos visibles, lo guiaban. Un cuerpo puede estar dejado de la mano de fuerzas especiales (mecánicas, gravitación, eléctricas...), pero no puede estar jamás dejado de las

manos del Universo. Cuando liberto el agua, sigue el cauce natural del río. Del río, en la tierra.

¿Cuál es, pues, la estructura del universo, su tipo de conexión interna y propia que haga sentir a un cuerpo, dejado a sí mismo, dejado de las fuerzas, que no está dejado de manos del universo, y que no puede evadirse de Él, del Gran Todo?

Se trata, en primer lugar, de fijar la trayectoria de un cuerpo dejado a sí mismo y de las fuerzas, en el universo, por estar siendo en él y parte de él.

Para Newton el problema no existía. En el espacio absoluto un cuerpo dejado a sí mismo por las fuerzas continuaba moviéndose en línea recta, la distancia más corta y más directa entre dos puntos cualesquiera de su libertada trayectoria, sencillamente porque el espacio absoluto no podría tener más estructura que la de la única geometría conocida: la de Euclides. Todo cuerpo dejado a sí mismo caía en manos de la geometría de Euclides. La línea natural de todo cuerpo en el universo es la recta euclídea. Línea inercial, la que sigue un cuerpo inerte, que deja hacer al mundo.

La conexión afín del universo, en este caso, es tan elemental que ni el nombre merece de afín. Cada coordenada se transforma en otra del mismo estilo; en la transformación no intervienen todas.

$$x' = ax - b \quad , \quad t = t'$$

Transformación de Galileo.
Si fuerza es igual a masa por aceleración,

$$\mathrm{F} = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

y la fuerza se hace cero —es decir: no influye ya sobre la masa, por el motivo que sea—, como la masa de un cuerpo (m) no se aniquila —tal suponía el clásico,

7) d^2x/dt^2 tiene que ser cero;
$d^2x/dt^2 = 0$, lo cual da integrado
$x = at + b$, trayectoria rectilínea, seguida con velocidad uniforme, a = constante, desde un punto inicial (b).

Espacio no depende sino de espacio (x′, de x); tiempo no es función sino de solo tiempo (t', de t). Cada cosa en su categoría. Relatividad clásica galileana.

Toda curva parece provenir de que alguien o algo encurva una recta, que es el material primigenio y natural de la geometría. Pero, ¿es que una circunferencia proviene de una recta debidamente torcida? ¿No es curva cerrada, plana, con centro, por definición? En geometría, aun euclídea, hay curvas que lo son por definición o esencia, dejadas a sí mismas; pero en física todo lo curvo lo es por encorvado, por torcido por alguna fuerza externa (Newton).

Mas si nos propusiéramos geometrizar el espacio físico, el universo, o dicho en forma neutral causalmente: si el espacio físico tuviera de suyo un tipo de conexión no euclídea, ¿cuál sería la línea natural, la trayectoria que describirá un cuerpo dejado a sí mismo, es decir: dejado en manos de la geometría (no euclídea) del universo? La línea geodésica. Claro está que por geodésica no hay que entender lo que literalmente significa esta palabra en la ciencia que se llama "geodesia". La trasposición es analógica. Un río sigue en su curso, por complicado que sea y rico en meandros, una geodésica, una línea natural, dada por la configuración del terreno. Y es ésta una acepción más cercana al sentido matemático puro de geodésica. Línea natural de mínimo en un medio con estructura euclídea o no.

Por semejante línea se desliza un cuerpo con corrimiento paralelo (*parallel transfer, parallel displacement, parallele Verschiebung* según las diversas terminologías y lenguas). Tal cuerpo guarda y descubre la línea natural del universo en que está (suelto de lo demás).

La derivada invariante, cuando es igual a cero, prescribe las condiciones para que el cuerpo que la siga, a solas de lo demás, dentro inevitablemente del universo, siga un curso paralelo, inercial, natural —generalizando las palabras que sea preciso.

Claro que pueden desplazarse o deslizarse por tal trayectoria natural tanto un cuerpo, como un vector, tensor, etc. Una entidad cualquiera. Como el agua se acomoda a su cauce, así el cuerpo, escalar, vector, tensor... se acomodan, dejados a sí mismos, a los cauces naturales, geométricos, de la geometría del universo. Tales son los carriles naturales, prescritos por la estructura afín. Afín, y no aún métrica, por los motivos que veremos.

Una trayectoria curva puede ser, pues, tan natural como una recta. La curvatura o encorvamiento no es ya síntoma o efecto de fuerzas.

Por la clásica recta podía moverse, y tenía que moverse un cuerpo dejado a sí mismo, tanto que fuera grande como pequeño, sólido como líquido o gaseoso, agua como tierra, fuego como aire.

Magnitud, especie no importan en este punto, aunque físicamente parece debiera tener que ver algo o mucho con la trayectoria, con la recta. Por una geodésica, por las líneas naturales de la estructura afín del universo, podrán deslizarse igualmente y sin alterarlas un vector, un tensor, un escalar..., sean entre sí tan distintos cuanto queramos en otros órdenes.

La condición que define la derivada invariante

8)

$$A_{k,i} = \frac{\partial A_k}{\partial x_i} - \Gamma^n_{ki} A_n$$

(forma afín de Schrödinger, pág. 28 ob. cit.), igualada a cero, de las condiciones (16, y cada una de ellas contiene 4 miembros distintos en principio) para que un objeto, sea el que fuere, dejado a sí mismo y en manos del universo, siga una

trayectoria análoga a la inercial clásica, que sólo en casos muy restringidos coincidirá con la recta euclídea.

Y si la derivada invariante frente a la ordinaria $\left(\frac{\delta A_k}{\delta x_l}\right)$ se relacionan entre sí como derivar en vacío (de estructuras geométricas) y derivar en lleno, en plenitud estructural de universo, notaremos por una simple inspección de la fórmula anterior que los coeficientes $\Gamma^{n}_{k,i}$ (64 miembros n, k, i = 1, 2, 3, 4, en principio) son lo original que la física aporta de las matemáticas para que las matemáticas sirvan para la explicación de lo físico. Una vez más el orden y conexión de las ideas matemáticas no coincide sin más con el orden y conexión de las cosas físicas; se impone una selección dentro de las múltiples posibilidades matemáticas, para que podamos hablar de matemáticas físicamente posibles. Las condiciones de posibilidad (diré con terminología y plan kantiano) de los objetos matemáticos no son sin más condiciones de posibilidad de los objetos físicos, aunque lo contrario creyeran, con inocencia mental, Newton, y todos los físicos hasta Einstein.

Los experimentos fundamentales y más aleccionadores para la física los proporcionan una partícula suelta y un golpe de luz, dejado a sí mismo y a la estructura del universo, más y mejor que un reloj de paso imperturbable y una regla de rígida solidez.

A la pregunta, pues, ¿qué objetos son los más proporcionados y básicos para notar la estructura del mundo físico?, respondemos con la relatividad: un golpe de luz y una partícula suelta (un electrón...). Y es que el mundo no está hecho con número, peso y medida, con métrica y sistema métrico (c. gr. sec.), sino de estructuras afines, de tipos de orden, de topología. Aunque no hubiera objetos rígidos, cuya rigidez se funda en el estado sólido —caso en el que no habría modo de medir nada— continuarían dándose grandes dominios de la física, y los más básicos, como es más fundamental el orden que la cantidad pura y simple —que en las

matemáticas modernas es más radical topología que métrica.

Hasta aquí hemos, pues, desarrollado una física topológica (el "molusco einsteniano"), el universo en cuanto mundo ordenado, por contraposición a la física métrica de que vamos a hablar inmediatamente.

Empero antes de terminar este punto conviene aludir a dos conexos: 1) la integrabilidad del corrimiento de una entidad cualquiera por una línea geodésica; 2) el tensor de curvatura.

A todos nos han hecho notar, cuando estudiábamos ecuaciones diferenciales, o simplemente integrábamos, las condiciones para que una integral diera un resultado independiente del camino, dependiente tan sólo de las condiciones iniciales y finales. El viajar no enseña nada a las maletas, y a los "maleta". Así que les es indiferente el camino. La física clásica supuso que el simple viajar por el universo entero no enseñaba nada a los cuerpos y a sus propiedades; si enviamos un cuerpo (o un vector, potencial, tensor, densidad tensorial...) a dar una vuelta por el universo, y le hacemos las cuentas al revertir al punto de partida (camino cerrado), el resultado es nulo; nada se ha alterado en él, por el simple (?) hecho de haber dado la vuelta al mundo.

Claro que esto pasa, o creía inocentemente el clásico suceder, porque el universo no tenía estructura, o la poseía euclídea que es como no tenerla, pues los números que la caracterizan son los más inofensivos: 0, 1.

Mas si el universo está de suyo estructurado, una vuelta por él, y según el camino, no puede resultar inofensiva para el cuerpo (vector, tensor...) e incomprobable al final.

La integrabilidad de viaje por el mundo, o por parte de él, impone notables restricciones a la estructura afín. Las 64 funciones definidoras de los Γ^{n}_{ki} (características de la estructura afín) tienen que expresarse por 16. Y si además pedimos que los Γ sean simétricos, que dé tanto una dirección como la contraria, caeremos en la común condición para una integrabilidad independiente del camino.

El tensor de curvatura, el de Riemann-Christoffel, admite parecidamente una formulación en estructura afín del universo, generalizando la formulación métrica primitiva, en que lo usaron Einstein y los relativistas anteriores a Weyl y Eddington.

Inmediatamente daremos una interpretación que lo ponga en conexión con las necesidades de la física.

D) Métrica. Basta con la estructura afín del universo para explicar las trayectorias naturales de las cosas dejadas a sí mismas, descubriendo en sus rutas y movimientos la estructura invisible del universo.

Y aunque desde el punto de vista newtoniano la inmensa mayoría de tales trayectorias pedirían fuerzas de estilo inercial y gravitatorio, sobran tales fuerzas dentro de un universo afínmente estructurado; y sobra ese conjunto de causas físicas porque los efectos no lo son, sino matemáticas secuelas de la estructura del universo.

La teoría de la gravitación de Newton se basa en un potencial escalar, cuyo gradiente, tomado con signo negativo, es la aceleración que sufre un cuerpo de prueba. Y las leyes que gobiernan tal escalar son

1) $\phi =$ constante, cuando no hay campo;
2) $\nabla^2 \phi = 0$, cuando hay campo, mas no materia gravífica;
3) $\nabla^2 \phi = 4\,k\,\rho$ cuando hay materia gravífica de densidad, ρ, siendo k la constante de gravitación, bien conocida.

Se trata ahora de hallar la transcripción de estas ecuaciones, clásicas en todo libro de mecánica celeste desde Laplace, a la estructura especial de un universo afín, para ver si tal estructura basta para fijar un correlato que las incluya, como primera aproximación numérica, y las reabsorba en síntesis conceptual superior.

1. El tensor de Riemann Christoffel, en su formulación afín, igualado a cero, traduce superándolo el caso 1). En ausencia de campo (gravitatorio) la conexión del universo es integrable, es decir: el cuerpo, o entidad física de que se trate, puede ir de una parte a otra, por cualquier camino; la historia de sus movimientos y trayectoria no cuenta para nada, a su vuelta no nos dirán nada de la variada estructura de las partes del universo que el cuerpo recorrió; y las trayectorias son en tal caso geodésicas, del tipo elemental de línea recta,

9) $B^{i}_{klm} = 0$; ochenta ecuaciones diferenciales;
$\Gamma^{i}_{kl} = \Gamma^{lk}_{i} = 0$; veinticuatro ecuaciones.

2. Pero en el caso de que haya campo (mas no materia), es decir: en un punto del universo a distancia infinita de toda materia y todas las formas de energía, y guiándonos por el criterio de simplicidad matemática para elegir el tensor más conveniente, tendremos como equivalente de 2)

9.ª) $R_{ki} = 0$ (dieciséis ecuaciones diferenciales, diferentes en principio). De $B^{i}_{klm} = 0$ se pasa a $R_{ki} = 0$, por una original operación, propia del cálculo tensorial, que ha recibido el nombre de contracción (Verjüngung), y que equivale, sea dicho con una alusión, no gran cosa de aclaradora, a reducir índices de cuatro valores —casi de cuatro dimensiones—, a uno solo.

3. Pero en el caso de que haya materia en el universo, en la fórmula equivalente tensorial habrá que expresar la densidad escalar clásica en forma tensorial también, en el tensor material *T*, que es una especie de densidad generalizada; y la fórmula nueva habrá de tener una forma como

10) $R_{kl} = C. T_{kl}$

donde *C* es una constante.

Bien sabido es que esta fórmula no es la correcta, en vistas a los datos experimentales. Pero la estructura afín del

universo no da para más. Es decir: con sola la estructura afín del universo no llegaríamos a explicar perfectamente la gravitación, en el caso de materia gravífica presente y actuante.

Pero no creamos que en este punto sea preciso ya hacer intervenir lo físico en su originalidad irreductible frente a lo matemático, de modo que la materia entre como un dato matemático inexplicable, a insertar como hecho bruto en las fórmulas matemáticas anteriores. Toda la física teórica, por su afán deductivo, es la enemiga, en cierto grado, de la física experimental, dice Eddington (ob. cit., pág. 238). "In one sense deductive theory is the enemy of experimental physics. The latter is always striving to settle by crucial tests the nature of fundamental things; the former strives to minimize the successes obtained by showing how wide a nature of things is compatible with all experimental results".

La restricción que vamos a imponer a una estructura afín del universo no provendrá aún de lo físico; puede hacerse en terreno matemático. Descendemos de la generalidad de estructuras en vistas a lo físico, mas no forzados por él.

Propongamos construir un universo en que tenga sentido el plan clásico de *medida* (longitud, etc.). La unidad de medida es, por definición, invariable. Y si se trata de medida de longitud o distancia, la unidad que adoptemos tendrá que ser, por definición, invariable. No es preciso recordar que la palabra y exigencia del concepto de invariancia son mucho más rigurosas que las de la simple invariabilidad. Si defino el metro, conservado en ciertas oficinas de París, como unidad de medida de longitud, no cambiará por definición; y si lo cambio será en favor de otra unidad de medida, que por ser tal tendrá que ser invariable y tenérsela por tal, so pena de un proceso al infinito, y con el inconveniente de que no puedo medir nada ni entenderme con nadie. Para que no me entren, con todo, sospechas lógicamente injustificables de que la unidad de medida ha cambiado se toma un conjunto de precauciones a fin de que ciertas fuerzas —que Reichenbach

llama diferenciales (calor que dilata cada tipo de cuerpo a su manera, elasticidad que depende de ciertas propiedades de cada material...)—, no influyan sobre la materia de la unidad de medida, aunque no puede haber fuerzas algunas que cambien la invariabilidad definitoria de unidad de medida.

La invariabilidad física del material que haga de medida por convención, por comodidad, por aprovechamiento de ciertos estados privilegiados de ciertos cuerpos (como los sólidos...), servirá de base a la invariabilidad lógica, definicional, de la unidad de medida. Evidentemente la invariabilidad física (de un material) es un simple hecho, que de sí jamás llegará a la altura de algo que sea invariable por definición, por lógica.

Medida tenía por nombre entre los griegos "metron"; y significaba a la vez medida y norma, y norma suprema. Metrón áriston; la medida, mesura, norma es lo óptimo; fue sentencia de uno de los siete Sabios.

Es claro que Norma es lo inapelable, lo invariable. Pero el físico y el matemático, sabiendo como saben muy bien estas cosas, no juzgan que sean suficientes según su peculiar norma suprema que es el "rigor", la "exactitud".

Invariabilidad física; invariabilidad lógica, invariancia, no son, en modo alguno, lo mismo.

Si la ciencia física pidiera solamente invariabilidad física, reforzada por y referida a invariabilidad lógica, no hubiéramos llegado a teoría de la relatividad.

Y puesto que, en sus correspondientes momentos, hemos ido señalando los caracteres generales de lo físico, tal como lo concibe y descubre la física relativista, añadamos, avanzando un poco la explicación, un carácter más de lo físico:

(A. 4) Se dan en lo físico cosas que poseen suficiente invariabilidad (frente a las causas físicas) para poder servir de base: 1) al concepto lógico "invariabilidad de la unidad de medida"; y aun 2) al concepto matemático de invariancia.

La teoría de la relatividad se atreve a asegurar que hay en el universo un elemento (ds^2) no sólo invariable físicamente, frente a fuerzas y causas, sino invariante, respecto de cambios de sistemas de coordenadas, de transformaciones de coordenadas, de toda clase de movimiento de los sistemas de referencia (uniforme, acelerado), y aun frente a cambios de casilla conceptual, clásicamente inadmisibles, como inercia y gravitación, masa y energía...

Todo lo cual imperativamente nos indica la necesidad de dar toda su fuerza a la palabra "invariancia".

Desde que Descartes inventó el modo de descomponer y volver a componer una figura en y con sus coordenadas, no fue difícil reconocer que el teorema de Pitágoras no sólo era una verdad demostrable deductivamente —cosa que Euclides dejó establecida, en I, 47 de sus *Elementos*—, sino, y es lo más importante para nuestro intento, que tal teorema, traducido a fórmula analítica

$$11) \qquad ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2$$

es invariante frente al cambio de ciertos sistemas de coordenadas (rectangulares, oblicuas). Pero esta invariancia casi no merece el nombre, y la dignidad decisiva que le otorgará la teoría relativista.

Según su primera característica, todo lo físico, tenga la forma o apariencias que tuviere, ha de ser expresado en función de cuaternas de caracteres: x_1, x_2, x_3, x_4; x'_1, x'_2, x'_3, x'_4; ... de modo que señalada una, cada uno de los elementos de las demás sean funciones de la elegida (por de pronto, arbitrariamente), sujetas a las condiciones indicadas.

Hay, pues, que definir un invariante, mediante tales cuaternas, y sus leyes de mutua transformación, sin precedencias.

De entre lo matemáticamente posible (Cf. Eddington, ob. cit. págs. 13-16) tomemos, por su proximidad a cosas tan clásicas como el teorema de Pitágoras y las necesidades correspondientes de la física, la forma cuadrática diferencial

$$ds^2 = g_{ik}\, dx_i\, dx_k \; (i, k = 1, 2, 3, 4)$$

donde g_{ik} es un tensor covariante simétrico en **i, k. Y** los gik son funciones de las cuaternas (x_1, x_2, x_3, x_4) que varían en su valor de punto a punto.

No es preciso explicar por qué un objeto físico material, como una barra de metal, tan sólida y rígida cuanto queramos, no llega a la altura de la invariancia pedida por el ds^2. La masa puede transformarse en energía —cosa bien sabida, experimentada y padecida por algunos. Ni el espacio ni el tiempo, encarnados y asegurados en relojes y en reglas, pueden llenar las condiciones rigurosas de la invariancia prescrita por el ds^2.

Para transformaciones entre sistema de coordenadas, tan sencillas como la de Lorentz,

$$x_1 = \beta\,(x'_1 - u\,x'_4)\;,\; x_2 = x'_2\;;\; x_3 = x'_3$$

12) $$x_4 = \beta\,(x'_4 - u\,x'_1\,/\,c^2)$$

donde β tiene el valor conocido de

$$\left.\frac{u^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

ds^2 tiene la forma invariante:

13) $$dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - C^2\,dx_4^2 = dx'^2_1 + dx'^2 + dx'^2_3 - C^2\,dx'^2_4$$

y los g_{ik} poseen como valores

14) $$\begin{matrix} 1, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 1, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 1, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & -1 \end{matrix}$$

Forma bien próxima a la euclídea clásica, escrita cartesianamente; es decir, poniendo en una parte el valor invariante del intervalo distancia en tres dimensiones (rectilíneas) y en

otra su transcripción en coordenadas (espacio, referido a punto privilegiados)

15) $ds^2 = dx_1^2 + dx_1^2 + dx_3^2$; y en invariante aparte, el tiempo.

Hemos deslizado, un poco precipitadamente, la palabra intervalo para designar el invariante ds^2. Es decir: un compuesto especial de los cuatro elementos de toda cuaterna, dado precisamente en la forma

16) $ds^2 = g_{11}\, dx_1^2 + g_{22}\, dx_2^2 + g_{33}\, dx_3^2 + g_{44}\, dx_4^2 + 2g_{12}\, dx_1\, dx \ldots$ etc.

Para un clásico, como Newton, la unión del Universo en cuanto Todo y El Todo es bien precaria. Los componentes espaciales se unen entre sí; los tiempos, entre sí; mas no espacio con tiempo; gravitación va por otro camino que inercia; energía poco tiene que ver con masa... Hasta se señalan, por ejemplo, para masa y energía principios independientes de conservación. Y la igualdad, ya conocida por Newton, entre masa de inercia y masa de gravitación (peso) para todo cuerpo, se quedó en un simple hecho, que ni siquiera excitó la curiosidad de los físicos.

El universo clásico está hecho a trozos, y encajados unos en otros por fuerzas, por causas externas en principio. El universo ha sido montado, y ha tenido que serlo, como una máquina. Por eso toda la física clásica presenta a una mente con ojos perfiles de mecanismo —y para el vulgo, de reloj. Con la consiguiente necesidad de Relojero. El mundo funciona, porque ha sido montado, como Reloj de Pesas (gravitación).

El mundo geométrico, con sus figuras y leyes de cada una, nunca ha necesitado de Relojero que ajuste sus piezas: ni las relaciones entre las figuras, ni las internas a cada figura. Todo es allí de por sí, de suyo —por esencia, por definición.

Schrödinger no teme afirmar: "The mystic concept of force is wholly abandoned" (ob. cit., pág. 1). No hacen falta fuerzas o causas eficientes en geometría; y sobrarán en una física cuya estructura básica sea geometría analítica y diferencial, sobre todo con un cálculo diferencial absoluto (tensorial).

Pero el problema de una estructura, realmente una, garantizada por una invariancia básica, y dirigida previamente por relaciones de co-variancia y contra-variancia, conduce a una concepción de la física que debiera tener por nombre no el de teoría de la relatividad, sino el de teoría del absolutismo. Partimos de un invariante, lo cual es dar ya desde el principio mismo la palma y gobernalle a lo absoluto, a lo independiente de cambios y variaciones, clásicamente insuperables, relacionales todas ellas, como sistema de referencia para posiciones y movimientos; gravitación frente a inercia; materia frente a luz, etc.

Mas el absoluto de que nos habla la física relativista es tanto más absoluto o invariante cuanto agucemos más la relatividad. La invariancia del ds^2, dado por $g_{ik}\ dx_i\ dx_k$ y característico de la relatividad generalizada, es mucho más invariante, más absoluto (si se nos tolera la expresión) que la modesta y delimitadísima invariancia del $ds_0^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - c^2\ dx_4^2$ de la relatividad restringida.

Por otra parte el invariante básico (y otros derivados) de la relatividad generalizada es invariante respecto o por relación a especiales variaciones: las de covariancia y contravariancia, en primer lugar. No se trata, pues, de un "Absoluto" con mayúscula, subrayado, entre comillas, y con todas las señales de dignidad que le otorga el metafísico cuando escribe o pronuncia este nombre. En física relativista, lo relativo remite a un invariante; no a un absoluto, y menos al Absoluto —dejando aparte el que tal concepto entra en la clase de los llamados por Kant Ideas: megalomanías de la Razón, delirios de grandeza, enfermedad específica de la

Razón, frente a la salud normal del Entendimiento atenido y contenido, modestamente, a los límites de la experiencia.

Tal es el transfondo filosófico de la teoría de la relatividad. Lo cual viene a decirnos que tal fondo es, en principio y en líneas generales, Kantiano. (No voy a continuar por este cauce que llevaría las aguas a cierto molino, en cuyos negocios no tengo interés o intereses especiales. Porque si me parece cierto que la teoría de la relatividad, sobre todo la generalizada, apunta hacia Kant, no podría afirmar lo mismo de la teoría cuántica).

Volvamos al planteamiento matemático puro de la teoría relativista: la invariancia generalísima del ds^2 constituyó el punto de partida, y aun el de llegada, de la relatividad generalizada, tal como la propuso Einstein en 1915. Punto de partida, y de llegada también, porque, sea dicho por alusión, la determinación de las funciones g_{ik}, o sea: la conexión concreta del universo, en cuanto a Todo y el Todo, fue la meta de los cálculos de todos los relativistas, al proponerse, como Kant, reducir la generalidad del ds^2, del invariante básico a los límites de la experiencia, a lo dado o dable en experimentos y observaciones, fueran los clásicos o los escandalosos de Michelson Morley, o los prometidos por Einstein, cual desviación de luz, corrimiento de rayas espectrales, roseta de Mercurio.

No cabe en los límites e intenciones de este trabajo seguir paso a paso, ni aun en saltos, cómo han ido pasando físicos y matemáticos —un Schwarzschild, de Donder, de Sitter...; o en América, Birckhof, Graeff Fernández, Barajas...—, de la forma general

$$ds^2 = g_{11}dx_2^1 + g_{22}dx_2^2 + \dots 2\, g_{12}\, dx_1\, dx_2 + \dots$$

a las formas de Universo concreto

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2\, d\,\theta^2 - r^2 \sin^2\theta\, d\,\phi^2 + (1 - 2m/r)\, dt^2;$$

$$17)\quad ds^2 = -\left(1 - \frac{1}{3} ar^2\right)^{-1} dr^2 - r^2\, d\,\theta^2 - r^2$$

$$\operatorname{sen}^2 \theta\, d\phi^2 + \left(1 - \frac{1}{3}\, a\, r^2\right) dt^2 \text{ etc.}$$

Me contentaré, pues creo que basta, con tres puntos; y el tercero será el final de este trabajo.

1) Hemos ido descendiendo, sin abandonar ni por un momento el terreno matemático, del estrato

a) de conexiones matemáticas (funciones continuas, diferenciables, derivadas, integrales, densidades tensoriales...), sometidas a la condición de covariancia, e invariancia al estrato

b) en que se impone además conexión afín al universo; para descender un paso más y pedir, o imponer

c) conexión métrica.

La teoría relativista generalizada, tal como la estableció Einstein, partía del estrato y en el estrato *c*); y por tanto se ahorraba el problema de la conexión entre el estrato superior "afín" y el métrico, los problemas de sus relaciones, y primero de la compatibilidad. Fue Weyl en 1918, y posteriormente Eddington, quienes ascendieron al estrato afín, no con el simple propósito de mayor generalidad matemática o geométrica —cosa laudable en matemáticos puros, mas no recomendable a matemáticos en trance de físicos—, sino con el muy natural de incardinar en unidad de Universo, de Todo, los fenómenos eléctricos y los gravitatorios. La mayor amplitud de una conexión afín sobre la simple métrica, permitía una geometrización de la electricidad, a la vez que una síntesis, realmente unitaria, entre electricidad y gravitación (inercia).

La conexión afín, como dijimos, permite en principio el que una partícula libre, dejada a manos de la escritura del Universo, nos relate, a su vuelta, la estructura de las partes

del Universo por que pasó, o por las que la condujo el Universo; la no integrabilidad del camino recorrido tiene la ventaja real, a costas de mayor complejidad matemática, de que la partícula vuelve con historia —ha viajado connaturalizándose, aunque tal ajuste (Einstellung) le haya costado cambios en su longitud—, hacerse Gulliver: enano con los enanos, gigante con los gigantes. Esto es realmente instalarse una cosa en el Universo; ajustarse al Todo cada una de sus partes.

Cosa que, dicha, suena a naturalmente comprensible; pero no pasa de esa vaguedad de palabras como invariable, absoluto... que si fácilmente nos llenan la boca, son incapaces de llenar una línea con concreto sentido.

Hasta ahora hemos dejado a sí misma, en manos del Universo, a poder del Todo, una partícula material, un golpe de luz, soltados desde un punto arbitrario y con una velocidad inicial arbitraria, a ver qué nos explica, a su vuelta, acerca de la estructura del Universo. Tal viaje es perfectamente posible; y los mejores informes acerca de la estructura del Universo, o del Todo, los obtendremos si la partícula de prueba sigue las geodésicas, las líneas naturales. Lo cual equivaldría a cumplir las ecuaciones

$$\frac{\delta A_k}{\delta x_i} - A_n \Gamma^n_{ki} = A_{k\ i} = 0.$$

El problema actual, dicho con la programática sencillez de este trabajo, consiste en enviar a dar una vuelta por el Universo a un invariante tan complicado como el

$$ds^2 = g_{ik}\ dx_i\ dx_k$$

No se trata de una partícula de prueba, sino de una estructura métrica de prueba. ¿Cómo se acomodará, instalará o ajustará ds^2 a la estructura afín del Universo? ¿Cuál es el coajuste natural entre métrica y afinidad?

¿Habrá, por decirlo así, posibilidad de que ds^2, el invariante métrico básico, siga una geodésica, una línea natural del Universo, de manera que tengamos dos modos de enterarnos de la estructura del Todo: "por una partícula (material, o golpe de luz) y por una estructura invariante, nada menos que por el invariante métrico básico ds^2"?

La respuesta que primero se ofrece es sin duda pedir que ds^2 cumpla la condición de la anulación de una cierta derivada invariante. O sea simbólicamente

$$D(ds^2);_l = 0 \qquad (l = 1, 2, 3, 4)$$

D simboliza "derivación covariante"; el subíndice (1) hace falta porque en ds^2 entran ya dos: $i, k, (i, k = 1, 2, 3, 4)$.

Del producto $g_{ik}\, dx_i\, dx_k$, el vector $dx_i/ds, dx_k/ds$ puede cumplir sin más la condición de pasearse por una geodésica, o anular su derivada invariante; la misma condición, exigida a los potenciales o funciones métricas g_{ik}, se expresará:

$$g_{ik\ l} = \frac{\delta g_{ik}}{\delta x_l} - g_{mk}\, \Gamma^{m}_{il} - g_{mi}\, \Gamma^{m}_{kl} = 0.$$

Los coeficientes Γ pertenecen a la estructura afín del Universo. Estas 64 ecuaciones diferenciales fijan el ajuste entre métrica (dada por los g_{ik}) y afinidad del Universo. Añadamos una condición más; que los Γ puedan ser expresados con los paréntesis de Christoffel; o sea, expresar los coeficientes típicos de la afinidad con los de la métrica,

$$\Gamma^{ik}_{s} = \{i\ k\ ,\ s\}$$

en que entran las derivadas de los g_{ik}; y habremos llegado con ello exactamente al punto de vista y de partida de Einstein en su teoría de 1915. Los coeficientes Γ de la afinidad no son tensores, y tampoco lo son naturalmente los paréntesis de Riemann-Christoffel. La ley de transformación de los

Γ, cuando pasamos de un sistema de coordenadas, o cuaterna de caracteres, a otro, es

$$T'^{n}_{ik} = \frac{\delta x'_n}{\delta x_l} \cdot \frac{\delta x_r}{\delta x'_i} \cdot \frac{\delta x_s}{\delta x'_k} \Gamma_{rs} + \frac{\delta x'_n}{\delta x_l} \cdot \frac{\delta^2 x_l}{\delta x'_i \, \delta x'_k},$$

que, comparado con la ley de transformaciones de tensores, incluye un término más, el último, que lo diferencia de la transformación propia de tensores. Pero esto no sería, en definitiva, inconveniente mayor; bastaría con definir un nuevo tipo, más amplio, de derivación invariante, como la derivada invariante ya definida es una generalización de la derivada ordinaria.

Con estas indicaciones la idea básica —bien natural en su vaga formulación— de que toda una estructura, la métrica fundamental, o el invariante básico, ds^2, se pasee por el Universo ajustándose (Einstellung) a él, coajustándose métrica y afinidad, y dándonos al final de tales paseos noticia detallada de la estructura concreta de las partes por que pasó, ha adquirido concreción. (A la vez podemos darnos cuenta del modo de dar forma concreta y rigurosa a ideas generales, naturalmente plausibles; y por complemento, que no se pueden dar por verdaderas ciertas ideas sobre el Universo, al parecer claras y naturales, sin someterlas precisamente a criterios y condiciones bien determinadas, rigurosa y exactamente fijables y fijadas.)

III

ACCIÓN Y PRINCIPIOS VARIACIONALES

Otra idea que, por natural, se cae de su peso —además de las anteriores— es la siguiente: puesto que el Universo es un Todo, y aun El Todo, y no un simple conjunto, amontonamiento o revoltillo de cosas, tiene que darse un solo principio general del que se puedan derivar todas las leyes. Lo peor de esta idea, u ocurrencia, no está en que sea falsa; sino que por ser vaga, es de vez vagamente verdadera y vagamente falsa; y no hay modo, por su vaguedad misma, de separar lo definidamente verdadero de lo definidamente falso. Menos aún deslindar lo exactamente verdadero de lo exactamente falso.

La física clásica y relativista no se plantearon tal problema en la forma vagamente verdadera, por tanto vagamente falsa, que nosotros los filósofos o cosmólogos —o yo, para ser justiciero—, solemos hacerlo y contentarnos con una respuesta un poco menos vaga, pero jamás suficientemente exacta para que queden comprometedoramente deslindados, sin confusión posible, lo definidamente verdadero y lo definidamente falso. La física, tanto clásica como relativista, se propusieron el problema definidamente; y dieron respuesta definida, o definidamente verdadera o definidamente falsa.

La respuesta, siempre dentro de los límites de este trabajo, incluye dos partes: *a*) deslinde entre lo físicamente posible y lo físicamente imposible; *b*) paso de la forma total (integral) a leyes parciales (diferenciales), de modo que las leyes parciales queden presentadas como partes (leyes par-

ciales) de un Todo, y ajustadas a lo que es nada menos El Todo: el Universo. El paso de Ley del Todo, a leyes de las partes de tal Todo se hace por el cálculo de variaciones.

Designemos por f, g, h... un conjunto de funciones de las coordenadas, que podrán ser los g_{ik} o componentes básicos del campo métrico; f_k, g_k, h_m, ... sus derivadas según las coordenadas ($f_k = \frac{\delta \phi}{\delta x_k}$ ... etc.) y consideremos la integral cuadrimensional $I = \int H(f, g, h...; i_k, g_k, h_k, ; X_k,) dx_1 dx_2 dx_3 dx_4$ (un solo signo de integral reemplaza a cuatro). H es una función dada, en que las *f, g, h,...* y sus derivadas hacen de variables o argumentos. Supongamos que tal integral se refiera a un dominio fijo, a un Todo; por tanto las variaciones que introduzcamos en las *f, g, h,...* y sus derivadas tienen que satisfacer la natural condición de anularse en los confines o límites, es decir: no salirse del Todo, quedar como partes de Él.

Este "no poder salirse del Todo, no poder dejar de ser partes del Todo" fija los límites de la imposibilidad; ¿qué variaciones son todavía posibles dentro del Todo —de la integral I?

Dos respuestas: una clásica, otra relativista.

a. 1) Clásica. Pidamos que la variación sea nula en total, $\delta I = 0$. Es decir que en el Todo, en el Universo —o en una región suficientemente aislada (o que consideramos aislada y cerrada) para poder tomarse como Todo—, no pase nada, o sea imposible que pase algo. ¿Cómo tienen que ser las leyes parciales, qué variaciones, qué leyes son aún posibles con tan restrictiva condición?

Las conocidas ecuaciones diferenciales de Euler dan la respuesta definida, exacta, calculable. Y como una de las consecuencias de ellas salen cuatro ecuaciones de tipo conservación, que vienen a decirnos, con el vago lenguaje corriente: aquí no ha pasado nada. Consecuencia vagamente deducible por conceptos generales, más en especial por supo-

ner que es imposible que El Todo en total varíe. Luego algo tiene que conservarse, y de seguro lo más importante. Pero fijar definidamente, justamente ese algo no es cosa alcanzable con tales vaguedades lógicas.

Una imposibilidad fija en este caso los límites a las posibilidades. Problema que en ontología llamaríamos "modal". No es por cierto gran cosa lo que con este encasillamiento ontológico conseguimos.

Mas pedir que el Todo no varíe en total, que δI sea $= 0$, es pedir el principio, aunque no llegue a petitio principii. Y pedir, y suponer que nos han dado el Principio, equivale a habernos dado ya las consecuencias; basta con sacarlas, dándose, para no defraudar la faena, un poco ilusionista, la de parecer que efectivamente se las saca por complicado y no analítico procedimiento.

a. 2) Relativista. En la física clásica de la función H (Hamiltoniana) solía ser dada como función de la energía actual y potencial, en función de coordenadas generalizadas, de "momenta", etc... Es claro, dejando aparte otras razones, que la energía ya no es —ni en la relatividad, ni siquiera en física moderna—, un invariante; ni lo es tampoco la energía cinética, pues basta con asignar a la partícula o masa que se mueve con la velocidad v un sistema de referencia unido a la misma partícula para que se anule su energía cinética. Pedir, pues, que la variación del Todo, o Universo, hecho a base de energía, de diversos tipos, sea constante, o se mantenga invariable, resulta, como petición, posible; mas, como Principio físico, inaceptable y falso.

La relatividad partirá de una densidad invariante, a escoger cuidadosamente; Einstein ensayará, por ejemplo, la densidad escalar formada por $R = g^{ik} R_{ik}$, multiplicada naturalmente por $\sqrt{-g}$, tomando la integral dicha la forma

$$I = \int R \sqrt{-g} \; dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 \quad .$$

Todos los integrantes están referidos a las magnitudes y funciones básicas del universo; a los g_{ik}, y teniendo presente

que dx_4 incluye el tiempo clásico (coordenada; dx_4 es el tiempo-intervalo), la integral I puede ser definida, por conveniente ampliación, con la categoría de Acción (energía por tiempo; o masa por tiempo, dada la equivalencia entre masa y energía).

Las ventajas de este planteamiento relativista son múltiples. Resaltan tres: 1) el invariante no es una función más o menos arbitraria —la hamiltoniana o lagrangiana—, de coordenadas espaciales y del tiempo, tomadas aparte, a lo Newton, sino de las magnitudes básicas del universo, en su estructura métrica (por de pronto). Las funciones H o L no son invariantes; por eso pedir $I = 0$ era petición matemáticamente justificable, físicamente infundada.

2) Las leyes de conservación resultan ahora identidades, y no consecuencias, como en el caso clásico. La diferencia es sutil, y decisiva. No entremos en ella, para no complicarnos la vida —la lectura de este trabajo. Recuérdese que, si tenemos una expresión algebraica $f(x, a, b)$; vgr. $ax + b$, y la convierto en ecuación, escribiendo al efecto $ax + b = 0$, impongo a x una condición especial, a saber: que tome el valor $-b/a$, que es el que satisface a la ecuación elementalísima indicada; pero esta satisfacción dada al cero implica una inmensa restricción al dominio de variabilidad de la x; vgr. cuando pongo sencillamente, sin condiciones, $y = ax + b$. Toda ecuación impone siempre restricciones. Una identidad no impone restricción. Deja la cosa en lo que es.

3) Por fin, si exijo de toda ley física el que cumpla la condición natural de ser parte del Todo, del Universo, de modo que tenga sentido la frase "ley parcial", "ley-parte-del Todo", las leyes parciales que obtenga por tratamiento del invariante básico (acción cuadridimensional) resultarán, por cumplir tal exigencia, compatibles entre sí: partes del Todo. Y la forma de una ley tomada en sí y a solas del Universo, o de un Todo, y la forma de esa misma ley-parte-del universo no coincidirán sin más. Sólo una ley que tenga la forma de

ley parcial, de ley-parte de I presentará la forma correcta. A las demás formas de una ley les faltará siempre la condición básica y natural de ser partes, leyes parciales del Todo.

Esta exigencia, tan natural, permite fijar como ley de gravitación, en el caso de que haya materia, no la señalada en a. 1: —ley del universo en forma de ley no parcial o parte de él; sino estotra:

$$— (R_{ik} — 1/2\ g_{ik}\ R) = T_{ik},$$

que es ley parcial, es decir: forma que tiene dicha ley en cuanto parte del universo; y por tanto en forma compatible con las demás, por ser todas compartes del mismo todo, y de un todo con estructura propia.

Esta ley es la que suple, superándola, la clásica de Laplace, para el caso de campo con materia

$$\mathrm{div}\ E = \rho \qquad \nabla^2 V = — 4 \pi \rho\ .$$

Pero recordemos que nos hallamos en una teoría general, en que las leyes del universo son tan naturales, es decir tan intrínsecas a él, como a la circunferencia su uniforme curvatura, y su peculiar curvatura a la elipse, sin necesidad alguna de causas eficientes, de fuerzas advenedizas.

Por tanto: la ley última no habrá de entenderse causalmente, a saber: la presencia de la materia (momentum, energía, tensiones) es causa de que la magnitud "$R_{ik} — 1/2\ g_{ik}\ R$" sea diferente de cero; sino que materia es (por definición, como es curva con centro la circunferencia) esa misma magnitud diferente de cero. Sin causalidad ninguna eficiente, sin fuerzas; y por tanto, sin efectos; lo cual nos viene a decir, si queremos entenderlo, que la categoría causa-efecto, series de causas y de efectos, no tiene nada que hacer en física relativista —como desde siempre ha sobrado, por sin sentido, en matemáticas.

IV

CONSIDERACIONES FENOMENOLÓGICAS

La física moderna, sobre todo desde la cuántica, insiste en una distinción que a los racionalistas que se confiesen tales, o que ignoran que lo son, se pasó sospechosamente por alto.

Supongamos que valga todo lo anterior en forma proposicional: quiero decir, que sean proposiciones verdaderas, por ejemplo, "el tensor material (T_{ik}) es la combinación $(R_{ik} - 1/2\ g_{ik}\ R)$ de los tensores métricos básicos", "la forma métrica diferencial $ds^2 = g_{ik}\ dx_i\ dx_k$ es la estructura del universo". "La ecuación $R_{ik} = 0$ es la ausencia de materia gravífica en el campo métrico", etc.

Forma general: "*S* es *P*". La forma clásica de la proposición, ejemplificada con resobadísimos ejemplos en "El hombre es racional", "dos es par", "esta mesa es rectangular"...

Pero una cosa es que "*S* es *P*" sea verdadero, y otra muy diferente "cómo nos es dado eso de que *S* es *P*". Esta forma de pregunta implica la introducción de una relación.

A se da a B como C. O bien: A da a B el objeto C. Y todos sabemos por la lógica simbólica moderna que la estructura de una relación no es reductible, conservando su estructura explícita, a la forma proposicional "A es B".

"A es padre de B", y

"A es hombre"

parecen proposiciones iguales, mas no lo son. No hay modo de que la primera tenga sujeto o predicado sencillo, como lo tiene la segunda. Tanto si digo "A y B están en la relación del padre a hijo (sujeto doble)", como "A es padre de

B" (predicado, doble, padre, B) resultan irreductibles a la simplicidad de sujeto y predicado en "A es hombre".

Mas este punto no es decisivo en física. Que en un campo métrico, R_{ik} sea cero, sea ausencia de materia, trae aparejada la cuestión siguiente: cómo nos es dada a nosotros, en observaciones (con tantos sentidos), y en experimentos (con tales o cuales aparatos e instrumentos) eso de que "ausencia de materia" en campo es $R_{ik} = 0$?

La relación de "dar" es trivariable: A da a B el objeto C; o bien A se presenta a B como C. El color, que es cierto número entero de vibraciones por segundo de un campo electromagnético, se nos da a la vista no en forma de vibración, ni nos presenta a la vista el número entero propio de la frecuencia, ni nos ofrece a la vista la discontinuidad cuántica de fotones; el color podrá ser y *es* todo eso, mas "se nos da" como continuo, sin huecos, sin movimiento, reposo para la vista. El calor podrá ser, y es, un cierto movimiento desordenado de moléculas; pero "nos es dado" como continuo, en reposo, en sensación especial, tan especial que es indescriptible en otros términos, que no sean los suyos, el modo como la notamos.

De las formas: "A da a B el objeto C", o bien
"A se da (se presenta) a B como C", a la forma "A es B", no hay paso lógico inmediato. Ni lógico ni físico.

Lo que *es* A en sí, puede *dársenos* como algo muy diferente. Si lo que es A en sí, se nos diese exactamente así, sobrarían teorías, explicaciones, ciencias; tendríamos de la cosa intuición inmediata de lo que es; el discurso, la lógica, todas las formas de deducción no habrían venido al mundo —y entre ellas este modesto trabajo.

Hay ciertamente una correlación entre lo que una cosa es, y la manera como se nos aparece; mas esta relación originalísima depende ya de tres términos: la cosa A, la estructura del sujeto a quien se va a dar, a quien se va a aparecer (la va a observar, medir, experimentar) y lo que la cosa A

puede ostentar a B según y en las condiciones que le ofrezca B para que se le presente.

Creer que el sujeto B, con sus sentidos, entendimiento, aparatos, instrumentos no hace nada sobre A, ni influye en lo que A va a manifestarle, es caer en un realismo tan ingenuo ya en nuestros tiempos, que merece el calificativo de ignorancia afectada, que la moral medieval daba a ciertas ignorancias.

El primer filósofo que en firme y en serio planteó la teoría del conocimiento sobre su base relacional, y no proposicional o analítica fue Kant.

No basta con saber, si es que pudiésemos hacerlo mentalmente, qué es la cosa en sí misma —qué es, "el qué", es la materia en sí y para sí...—; hace falta más urgente, por ser previa, responder a esta cuestión de orden cognoscitivo: ¿cómo es posible y de qué manera que lo que una cosa es en sí misma se me dé (aparezca) a mí, dotado de tales y tantos medios (sentidos, formas a priori) en que puedo recibirla?

Ciertos movimientos del campo electromagnético son vibración transversal de una cierta frecuencia, mas se me dan como luz; y toda la física ha surgido cuando se llegó a caer en cuenta de que una cosa es la luz y otra como se me da (como se me aparece).

Ahora bien: ¿cómo se me da la teoría relativista? Porque hasta aquí hemos estudiado lo que es. Es claro que el peso no se me da como lo que es, como

$$— (R_{ik} — 1/2\ g_{ik}\ R) = T_{ik};$$

o puesta la pregunta de otro modo: ¿cómo puedo observar, experimentar la teoría relativista, lo que el universo es? Los términos observar, experimentar (en aparatos, instrumentos, según un plan de laboratorio) es una formulación técnica de la frase general, un poco vulgar, de

A se da a B como C.

La hipótesis benévola, y comodona, de todo realismo consiste en decir:

A se da a B como A; A se da como lo que es; comodona, pues supone que el sujeto B, a quien se dan las cosas, es tabla rasa, sin estructura, puramente pasivo, inoperante. En cuyo caso ¿para qué tantos aparatos, instrumentos, laboratorios, técnica?

Quien tenga conciencia de la originalidad del hombre, frente a las cosas, comenzará por poner en toda su diversidad problemática:

Las cosas físicas se dan al conocedor (armado de conciencia, aparatos, instrumentos, sentidos, laboratorios) *de original manera, manera que depende de lo que el sujeto es, bien diferente de ellas.*

La forma es, pues, A se da a B como C, valiendo: A es diferente de B, A es diferente de C.

Apliquemos esta general teoría a nuestro caso, lo cual será terminar este estudio filosofando, proceso y término naturales de toda teoría, sea la que fuere.

La forma general y básica:

$$ds^2 = g_{ik}\, dx_i\, dx_k$$

de la que se derivan todos los tensores fundamentales para la relatividad: el de Riemann-Christoffel, el tensor material estudiado hace unos momentos, etc., no es intuible ni directamente experimentable.

Se nos da, o se nos presenta a la observación bajo dos formas; una semieuclídea, y semi-observable

$$ds^2 = -\, dx_1^2 - dx_2^2 + dx_3^2 - dx_4^2$$

en que los g_{ik} tienen los valores — 1, — 1, — 1, 1.

Una primera separación de espacio (X_1, X_2, X_3) y el tiempo (X_4). Y una segunda y decisiva en los coeficientes, que son constantes, — 1 para el espacio, y + 1 (para el tiempo); o sea, no son funciones de las cuatro coordenadas,

de espacio-y-tiempo, como lo son en general los g_{ik} de (X_1, X_2, X_3, X_4). Bajo muchos puntos de vista sería posible una forma de

$$ds^2 = - dx_1^2 - dx_2^2 - 2dx_3\, dx_4$$

(Cf. Schroedinger, pág. 85 ob. cit.) en que espacio y tiempo no estuvieran separados.

Es un hecho, con el que tenemos que contar —tanto como con el valor de la constante de gravitación, o con el valor de la velocidad de la luz, o de la constante de Planck—, que, sean las cosas lo que fueren, estén unidos múltiplemente en fórmula espacio-y-tiempo, nos son dados como aparte uno de otro (1), y además como reducidos a la forma elemental (semieuclídea) que hemos transcrito (2).

Cuando la fórmula general

F) $$ds^2 = g_{ik}\, dx_i\, dx_k$$

se nos da a los sentidos (ayudados o no de aparatos) se nos aparece como referida a un especial sistema de referencia extramatemático, extrafísico; y toma la forma privilegiada, matemática y físicamente injustificable, mas cognoscitivamente necesaria, inevitable y privilegiada de

N_1) $$ds^2 = - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 + dx_4^2$$

Y si fuésemos a apurar las cosas, la forma general física F nos es dada —a ver, a pesar, a observar...— como

N_2) $$ds'^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 \;;$$

$$ds''^2 = dt^2$$

En dos invariantes aparte: uno, puramente espacial ds'^2; otro, puramente temporal dt^2. Transformación de Galileo. Física clásica.

Tan aparte, que hemos inventado dos aparatos inconfundibles en uno: reglas y relojes.

Uno que nos dé espacio; otro que nos dé tiempo.

Que ciertos datos sensibles —dados, y necesariamente dados en la forma N_2, la naturalísima—, tengan que ser levantados a una forma superior, vgr. la N_1, propia de la relatividad restringida, y aún a la **F** —la física en sí misma, peculiar a la relatividad generalizada—, sólo nos indica, y advierte, que el orden racional no es algo directamente dado, o dable, a los sentidos, a los aparatos, a los instrumentos —tan sensibles al menos como los sentidos.

Cosa que vagamente veníamos sabiendo; cuando los filósofos hablan de que la razón no es un sentido, que la mente no es algo sensible, que la razón no es dada en instrumento... vagamente afirman lo que aquí la relatividad ha puesto en forma definida, separando inconfundiblemente relatividad generalizada, relatividad restringida, relatividad galileana.

Ha dado la relatividad a cada uno lo suyo; al César lo que es del César —a lo sensible, a lo observable lo que es suyo; a saber, la relatividad galileana—; a Dios lo que es de Dios —a la razón lo que es suyo: relatividad restringida y, sobre todo la generalizada.

Cuadernos Teorema

1/**A. M. Turing**
¿PUEDE PENSAR UNA MÁQUINA?

2/**A. J. Ayer, E. Gellner, I. V. Kuznetsov**
FILOSOFÍA Y CIENCIA

3/**J. Lukasiewicz**
PARA UNA HISTORIA DE LA LÓGICA DE ENUNCIADOS

4/**E. W. Beth**
LAS PARADOJAS DE LA LÓGICA

5/**M. O. Beckner**
EL DARWINISMO

6/**N. Chomsky, M. Foucault**
LA NATURALEZA HUMANA: ¿JUSTICIA O PODER?

7/**P. K. Feyerabend**
CÓMO SER UN BUEN EMPIRISTA

8/**K. Gödel**
SOBRE PROPOSICIONES FORMALMENTE INDECIDIBLES
DE LOS PRINCIPIA MATHEMATICA Y SISTEMAS AFINES

9/**L. Kolakowski, St. Hampshire**
EL MITO DE LA AUTOIDENTIDAD HUMANA.
UNIDAD DE LA SOCIEDAD CIVIL Y LA SOCIEDAD POLÍTICA

10/**N. R. Hanson**
EN LO QUE NO CREO

11/**D. Hume**
UN COMPENDIO DE UN TRATADO DE LA NATURALEZA
HUMANA

12/**J. M. Bochenski**
LÓGICA Y ONTOLOGÍA

13/**J. Habermas**
LA CRÍTICA NIHILISTA DEL CONOCIMIENTO EN NIETZSCHE

14/**N. Chomsky**
CUESTIONES DE FORMA Y DE INTERPRETACIÓN

15/**J. R. Searle**
¿QUÉ ES UN ACTO DE HABLA?

16/**Aristóteles**
PERI HERMENEIAS. DE INTERPRETATIONE

17/**H. Albert**
ÉTICA Y METAÉTICA

18/**E. W. Beth**
ENTRAÑAMIENTO SEMÁNTICO Y DERIVABILIDAD FORMAL

19/**C. Lévi-Strauss**
CRITERIOS CIENTIFICOS EN LAS DISCIPLINAS SOCIALES Y HUMANAS

20/**J. D. García Bacca**
FILOSOFIA Y TEORIA DE LA RELATIVIDAD

21/**L. Tolstoi**
SOBRE ARTE

26/**St. Stich, N. Chomsky, J. J. Katz**
DEBATE SOBRE LA TEORIA DE LA CIENCIA LINGÜISTICA

30/**B. Russell, F. C. Copleston**
DEBATE SOBRE LA EXISTENCIA DE DIOS

31/**A. E. Musgrave**
LOS SEGUNDOS PENSAMIENTOS DE KUHN

35/**H. Skolimowski**
RACIONALIDAD EVOLUTIVA